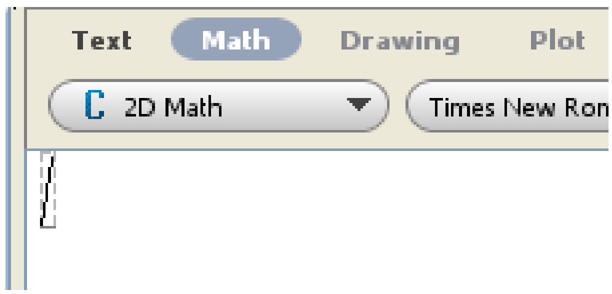
Kom godt i gang med Maple 12

(Document mode)

I Document mode har du en helt blank side at skrive på, og altså ingen røde >. Når du åbner en ny side, ser øverste venstre hjørne således ud



Cursoren står skråt, og er således klar til at modtage en 'matematik'-indtastning (**math-mode**). Et tryk på F5-knappen stiller cursoren lodret og klar til at modtage en tekst-indtastning (**text-mode**) Skriver du tekst, kan du ved at trykke F5 skifte til math-mode, skrive en formel eller lignende, og skifte tilbage til text-mode med F5 når du er færdig med formlen.

Indtastning af taludtryk - simple beregninger

Indtast i math-mode:

$2+2$

$$4 \tag{1}$$

Dette blev indtastet ved i math-mode at taste $2+2$ efterfulgt af Enter.

Du kan også få beregningen foretaget **in-line**: $2+2=4$. Her er $2+2$ indtastet i math-mode, og selve beregningen er foretaget ved at taste **Ctrl+=**. Efter resultatet er der skiftet til text-mode med F5.

Det er vigtigt, at du bliver fortrolig med Maples formeleditor. Skal du fx indtaste et udtryk som $\frac{17-2}{5}$, kan du naturligvis taste ind ved at sætte en parentes om tælleren, altså som (17-2)/5

$$\frac{(17-2)}{5}=3$$

Det ser bare ikke så kønt ud med denne overflødige parentes i tælleren. Men Maple kan gøre det bedre:

1. Sørg for, at du befinder dig i math-mode (tast evt. F5)

2. Indtast først tælleren $17-2$.

3. Marker hele tælleren ved at trække med musen - eller alternativt: Hold Shift-tasten nede, og tryk på pil-venste et par gange til hele udtrykket er markeret.

4. Med hele tælleren markeret taster du / for division. Straks vil en pæn brøk komme frem med cursoren stående i nævneren.

5. Indtast nævneren, og tast Ctrl+=

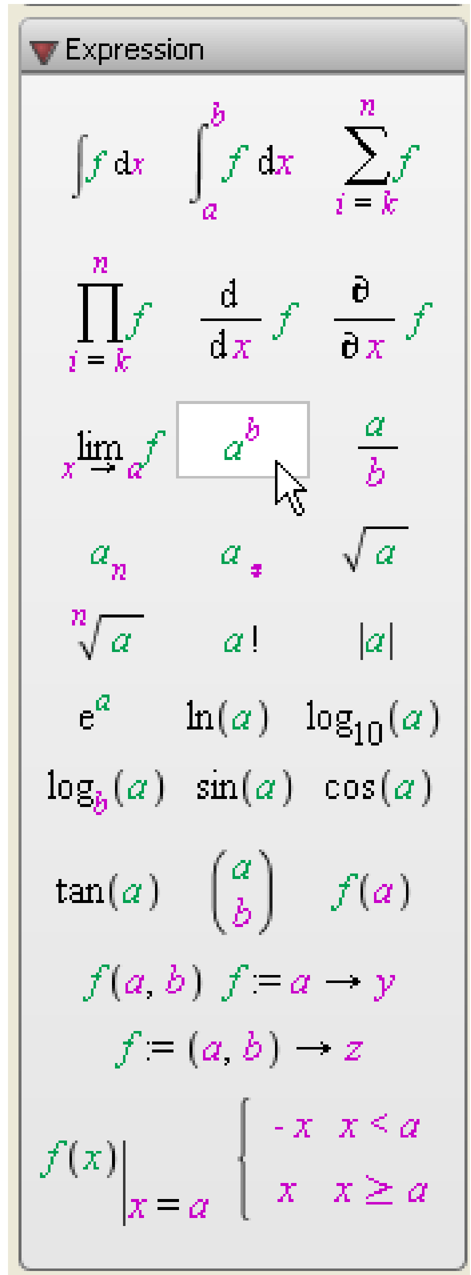
$$\frac{17-2}{3}=5$$

Arbejdsområde 1

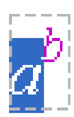
1. Indtast ovenstående brøk og check, at alt virker som det skal.

2. Indtast også udtrykket $\frac{29+17}{25}+\frac{3}{7+4}$. Der opstår sikkert et problem, når du skal indtaste + , idet din cursor er placeret i nævneren i den første brøk. Her gør pil-højre tasten underværker.

Skal du indtaste mere komplicerede udtryk, fx potenser, kvadratrødder, n-te rødder mv., så klik på pilen i Expression-knappen (i skærmens højre side):



Dette vil åbne Expression-paletten, hor du finder skabeloner til at lette indtastningen. Skal du fx skrive potens 2^4, så klikker du på knappen a^b. Dette vil give dig denne skabelon i indtastningslinjen:



du indtaster et 2-tal, og trykker herefter på TAB-knappen på tastaturet. Eksponenten *b* vil så blive markeret med blåt, og du kan indtaste 4-tallet. Sådan virker i princippet alle skabeloner med mere end én pladsholder.

$$2^4 = 16$$

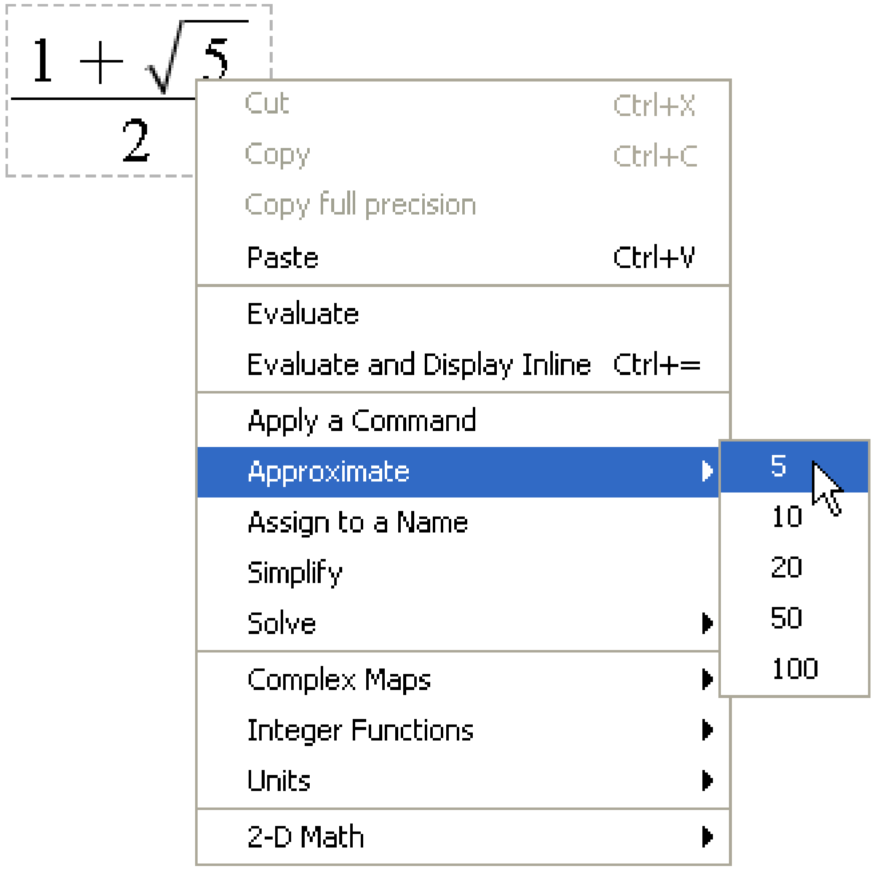
Arbejdsområde 2

Eksperimenter med potens-skabelonen, og indtast herefter udtrykkene

- $-3.17+\dfrac{2.53^2-\sqrt{5.25}}{2.46}$
- $\left(1-2\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}+3\right)^2$

Som du sikkert har bemærket, så returnerer Maple altid - om muligt - det eksakte resultat. Dvs., at hvis der forekommer et decimaltal i udtrykket, så returneres resultatet som et decimaltal, ellers returneres det eksakte resultat. Du kan tvinge Maple til at aflevere et tilnærmet resultat således:

Hvis du skal lave en tilnærmet beregning af fx $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ så højre-klikker du på udtrykket, hvorved en kontekst sensitiv menu kommer frem. Denne menu rummer det, der vil være relevant at gøre ved udtrykket:



Prøv at højre-klikke på udtrykket her:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Vælger du, som vist ovenfor, at approksimere med 5 cifre, får du

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 1.6180$$

Du kan oversætte teksten 'at 5 digits' til dansk

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{med 5 decimaler}} 1.6180$$

Nu er en pil måske ikke den bedste måde at vise, at der er sket en approksimation, så slet pilen med tekst, og indsæt i stedet et ≈ (findes i Common Symbols paletten):

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.6180$$

Men kan det så stadig regne? Ja! Prøv at ændre lidt i udtrykker (erstat fx 2 med 3 i nævneren). Der sker tilsyneladende ingenting, men hvis du genberegner ved at lade cursoren stå i udtrykket og trykker på ***!***-knappen, så vil udtrykket blive korrekt genberegnet:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{3} \approx 1.0787$$

Endvidere kan du skrive tekst i stedet:

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ giver med 5 cifre 1.6180

Selv dette vil opdatere korrekt, hvis du ændrer i udtrykket og efterfølgende trykker på **!**-knappen.

Endelig kan du også selv skrive kommandoen *evalf* , og beregne in-line:

$$evalf[5]\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 1.6180$$

Arbejdsområde 3

Udregn nedenstående udtryk, og afgør, om de er hele tal.

OBS: π og e (den naturlige logaritmes grundtal) skal skrives vha. **Common Symbols**-paletten

- $sin\left(2017\cdot\sqrt[5]{2}\right)$
- $e^{\pi\cdot\sqrt{163}} - 640320^3$

Regning med symbolske udtryk

Nogle symbolske udtryk reduceres automatisk - andre ikke. Fx vil automatisk reduktion ske i udtrykkene (in-line beregning er benyttet):

$$x+2x+3x+4y+5y+6y = 6x+15y$$

$$2(3x+2) = 6x+4$$

men ikke i

$$x\cdot(3x+2)$$

Det meget vigtigt at du skriver et gange-tegn mellem parentesen. I modsat fald vil Maple opfatte udtrykket som funktion med navnet *x*, der skal udregnes på $3x+4$.

Du kan tvinge Maple til at gange parenteser ud (- altså at omskrive til ledform) ved at højre-klikke på udtrykket, og vælge *expand* i kontekstmenuen:

$$x\,(3\,x+4) \overset{\text{expand}}{=} 3\,x^2+4\,x$$

- altså en slags selv-dokumenterende beregning, hvor du kan naturligvis ændre 'expand' til noget mere dansk.

Den almindelige kommando-syntaks kombineret med in-line beregning kan også benyttes:

$$expand(x\,(3\,x+4)) = 3\,x^2+4\,x$$

Brøken $\dfrac{a^2-b^2}{a+b}$ kan forkortes $a-b$. Det ses nemmest ved at omskrive tælleren til $(a+b)\cdot(a-b)$. Men kan vi få Maple til det? Der sker ingen automatisk forkortning (det ville ske, hvis der kun indgik tal):

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{a+b}$$

Expand giver heller ikke det ønskede, men naturligvis det forventede, idet brøken nu er skrevet som en differens af to led (altså bragt på ledform).

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} \overset{\text{expand}}{=} \frac{a^2}{a+b} - \frac{b^2}{a+b}$$

Derimod er kommandoen *normal* skabt til opgaven.

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} \xrightarrow{\text{normal}} a-b$$

Kommandoen *simplify* kan også bruges her (Prøv!). Denne forenkler - om muligt - udtrykket mest muligt. Dette kan også indbefatte at gange parenteser ud. Den almindelige kommando-syntaks kombineret med in-line beregning kan også benyttes:

$$normal\left(\frac{a^2-b^2}{a+b}\right) = a-b$$

Den sidste kommando til manipulation af symbolske udtryk, vi vil se på her, er *factor*, der faktoriserer et symbolsk udtryk:

$$a^2-b^2 \overset{\text{factor}}{=} (a-b)\,(a+b)$$

$$x^2+4\,x+3 \overset{\text{factor}}{=} (x+3)\,(x+1)$$

Arbejdsområde 4

- Omskriv med passende Maple kommandoer kvadratet på en to-leddet størrelse $(a+b)^2$ til formen

$a^2 + b^2 + 2\,a \cdot b$

- Addition af talbrøker , fx $\frac{2}{3} + \frac{5}{7}$, vil altid ske automatisk i Maple. Prøv! Derimod er der ingen automatik, hvis du forsøger dig med fx $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. Hvordan skal man så få dem på fælles brøkstreg?

Variabler og formler

Du gemmer et udtryk i en variabel ved at benytte tildelingssymbolet :=, der er et kolon efterfulgt af et lighedstegn. Fx vil tildelingen (der er sat et kolon efter tildelingen for at undgå Maples respons på tildelingen):

$$abc := 14\,x^3 + \frac{7}{x \cdot y^3} :$$

bevirke, at udtrykket $14\,x^3 + \frac{7}{x \cdot y^3}$ gemmes i variablen *abc*. Herefter kan *abc* benyttes i stedet for det oprindelige udtryk. Fx

$$\frac{abc}{7} = 2\,x^3 + \frac{1}{x\,y^3}$$

Læg mærke til, at det er det symbolske udtryk, der gemmes i variablen *abc*. Hvis *x* og *y* får tildelelt talværdier, så vil *abc* beregnes til en talværdi. Tildel *x* værdien 2, og *y* værdien 3. Dette sker også med tildelingssymbolet :=

$$x := 2 : y := 3 :$$

hvor kolon (:) efter tildelingerne betyder, at vi ikke ønsker at se output, der jo blot ville være i stil med $x = 2$ og $y = 3$. Beregner du nu *abc*, får du et tal:

$$abc = \frac{6055}{54}$$

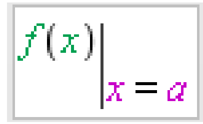
Når du tildeler værdi med $x := 2$ og $y := 3$, så har *x* og *y* disse værdier indtil du giver dem nye værdier ved en ny tildeling. Da specielt *x* og *y* ofte benyttes i beregninger, er det ikke smart, at de har faste værdier. Du kan rense *x* og *y* ved at skrive:

$$x :='x': y :='y':$$

Du kan lave en tildeling af værdier til *x* og *y*, der kun er aktiv så længe beregningen af *abc* står på. Dette kaldes en lokal tildeling. Hertil kan du benytte *eval* - kommandoen:

$$eval(abc, \{x = 2, y = 3\}) = \frac{6055}{54}$$

Alternativt kan du benytte skabelonen



fra Expression-paletten. Denne udfyldes således:

$$abc\Big|_{x=2,\, y=3} = \frac{6055}{54}$$

Arbejdsområde 5

- Prøv at tildele nye værdier til x og y ovenfor (husk at trykke på **!**-knappen efter tildelingen mens du stadig befinder dig i linjen - ellers bliver linjen ikke udført).
  Beregn så *abc* ved at gå til linjen med *abc*, og tryk på **!**-knappen

- Rumfanget af en tønde med højde h, radius R og endefladeradius r beregnes med formlen:

$$V = \frac{\pi \cdot h}{15}\left(8\,R^2 + 4\,r \cdot R + 3r^2\right)$$

Find rumfanget af en tønde, når $h = 11$, $r = 4$ og $R = 5$. Prøv med begge former for tildeling.

Undertiden får du behov for at få Maple til at glemme alle tildelinger, du har lavet. Dette klarer du nemt ved at fyre *restart* kommandoen af (der kommer ingen output fra denne kommando):

restart
abc, *r*, *R*

$$abc,\ r,\ R \tag{2}$$

Som det ses, har Maple glemt alt om tildelingen af værdier til variablerne *abc*, *r* og *R*. Du kan føje kommentarer til en kommando linje ved at placere # foran kommentaren, fx

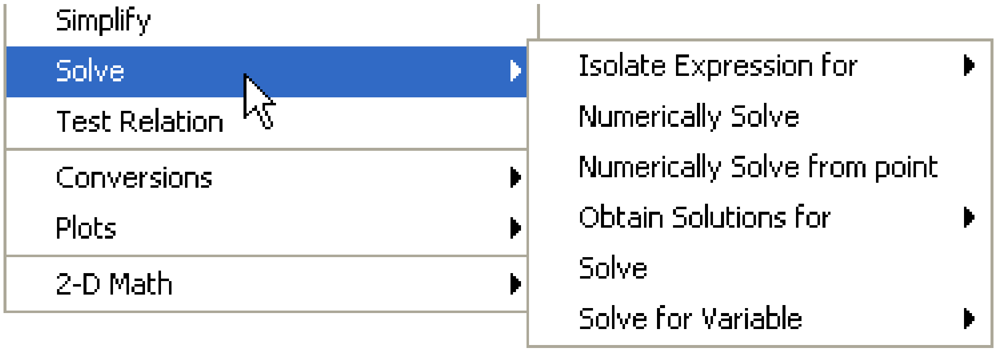
restart #Maple glemmer alt

Ligningsløsning

Ligningsløsning går for det meste let og smertefrit i Maple, men dog langt fra altid! Du skal nu løse ligningen

$$x = \frac{1}{x-1}$$

Højre-klik på ligningen, og vælg menupunktet **solve**. Så ser du en liste over de muligheder du har:



Vi nøjes her med at se på de 3 sidste muligheder:

$$x = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{solutions for x}} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}, \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$x = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{solve}} \left\{x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\}, \left\{x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\}$$

$$x = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{solve for x}} \left[\left[x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right], \left[x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}\right]\right]$$

Blandt disse vælger man den, der i den konkrete situation giver den mest bekvemme form.

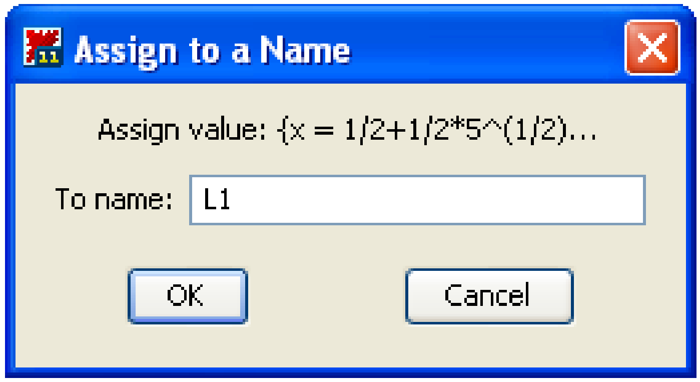
Men hvordan får vi plukket en specifik løsning ud, fx den positive, og får denne tildelt navnet *L1*:

$$x = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{solve}} \left\{x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\}, \left\{x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\} \xrightarrow{\text{select entry 1}} \left\{x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\} \xrightarrow{\textit{assign}\ \textbf{to}\ L1}$$
$$\left\{x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\}$$

Dette laves således:

1. Højre-klik på resultatet af s**olve**, og vælg menupunktet **Select Element > 1**.

2. Højre-klik på resultatet af **select entry 1**, og vælg menupunktet Assign to a Name. Dette kalder en dialogboks frem, hvor du skal indtaste det ønskede navn



Du kan checke, om alt er i orden ved at udregne *L1*:

$$L1 = \left\{x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right\}$$

Alternativ metode:

$$L := solve\left(x = \frac{1}{x-1}, x\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}, \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$L_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

Her navngives løsningerne, der returneres fra *solve*, med L. Elementerne i L udtrækkes med $L[1]$ for det første element, og $L[2]$ for det andet. I stedet for $L[1]$ kan du skrive L_1, hvor indekset er lavet med L_1.

Løsning af flere ligninger med flere ubekendte sker tilsvarende, blot skal du samle ligningerne i krøllede parenteser {}, og tilsvarende for de variabler, du løser med hensyn til. Et eksempel:

Løs ligningssystemet:

$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 - 4y = 3 \\ y = 4x \end{cases}$$

Af hensyn til overskueligheden (og senere reference), navngiver vi ligningerne:

$$lign1 := x^2 + 2x + y^2 - 4y = 3 :$$
$$lign2 := y = 4x :$$
$$L := solve(\{lign1, lign2\}, \{x, y\})$$
$$\left\{x = -\frac{3}{17}, y = -\frac{12}{17}\right\}, \{x = 1, y = 4\} \qquad \textbf{(3)}$$

Løsningerne er altså $\left(-\frac{3}{17}, -\frac{12}{17}\right)$ og $(1, 4)$. Geometrisk svarer denne opgave til at finde skæringspunkterne mellem en cirkel og ret linje.

Arbejdsområde 6

1. Løs den generelle andegradsligning $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ med hensyn til x.

2. Løs ligningssystemet (med hensyn til x og y):

$$\begin{cases} x + y = a \\ -y + 4\,x = b \end{cases}$$

3. Tildel a og b nogle værdier, og løs ovenstående ligningssystem igen.

4. Isoler R, r og h i ligningen (benyt **Isolate Expression for**):

$$V = \frac{\pi \cdot h}{15}\left(8\,R^2 + 4\,r \cdot R + 3r^2\right)$$

Højre-klik på ligningen

$$2\,x \cdot (x-3) + 4 = 2\,x^2 - 3 \cdot (x-2)$$

og vælg Manipulate Equation i kontekstmenuen. Du får da en dialogboks frem, hvor du kan manipulere ligningen. Eksperimenter med mulighederne. Når dialogen afsluttes kan Maple skrive alle skridt:

$$2\,x \cdot (x-3) + 4 = 2\,x^2 - 3 \cdot (x-2) \xrightarrow{\text{manipulate equation}}$$

$$2\,x\,(x-3) + 4 = 2\,x^2 - 3\,x + 6$$

$$2\,x\,(x-3) - 2 - 2\,x^2 + 3\,x = 0$$

$$-3\,x - 2 = 0$$

$$-3\,x = 2$$

$$x = -\frac{2}{3} \qquad \textbf{(4)}$$

Uligheder

Uligheder løses ligesom ligninger - blot skal du anvende et ulighedstegn: <, >, ≤ eller ≥ - hvor de første to sidder på tastaturet, mens de to sidste findes i Common-symbols paletten.

Lad os se på et eksempel:

$$solve\left(-\frac{1}{2}x^2 - 6\,x - 16 \le 2\,x + 14, x\right)$$

$$RealRange(-\infty, -10), RealRange(-6, \infty) \qquad (5)$$

Løsningen skal her opfattes som $]-\infty, -10] \cup [-6, \infty[$.

$$solve\left(-\frac{1}{2}x^2 - 6\,x - 16 < 2\,x + 14, x\right)$$

$$RealRange(-\infty, Open(-10)), RealRange(Open(-6), \infty) \qquad (6)$$

Her skal løsningen tilsvarende opfattes som $]-\infty, -10[\cup]-6, \infty[$.

Labels

Du har sikkert bemærket de numre, der står ud for nogle af resultaterne i højre side af skærmen. Disse numre kaldes **Labels**, og dem kan du bruge, når du vil referere til tidligere resultater. Disse resultater kan være tal, tildelinger, løsninger mv.

$2 + 3$ *#resultatet bliver et tal*

$$5 \qquad (7)$$

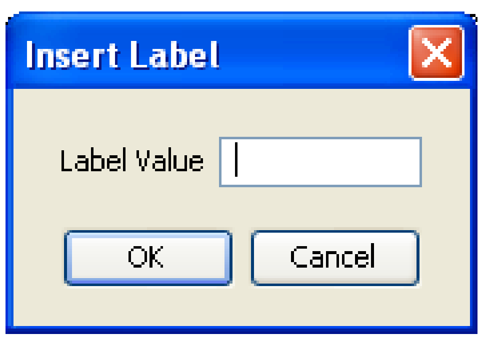
$v := x + y + z$ *#resultatet bliver en tildeling*

$$x + y + z \qquad (8)$$

$solve(x^2 + 2\,x - 2 = 0, x)$ *#resultatet bliver en udtryksfølge*

$$-1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3} \qquad (9)$$

Hvis du vil referere til et af disse resultater, taster du **Ctrl+l** (dvs, du holder Ctrl-tasten nede, og trykker på l). Dette bevirker, at en lille boks popper op:



I Label Value feltet skriver du nummeret - uden parenteser! Labels opdateres automatisk, hvis du putter en ny udregning ind i en eksisterende følge.

For at se, hvad de enkelte labels rummer, udregnes disse (husk, at dette skal foregå i math-mode):

(7)

$$5 \qquad (10)$$

(8)

$$x+y+z \quad \textbf{(11)}$$

(9)

$$-1+\sqrt{3},\ -1-\sqrt{3} \quad \textbf{(12)}$$

Labels kan indgå lige som variabler i udtryk (under forudsætning af, at det giver mening):

$$\textbf{(7)}^2+\textbf{(9)}_1^2$$

$$25+\left(-1+\sqrt{3}\right)^2 \quad \textbf{(13)}$$

hvor $\textbf{(9)}_1$ er det første element i udtryksfølgen **(9)**.

Funktioner

Funktioner i Maple skal defineres efter syntaksen

$$f := x \rightarrow udtryk\ i\ x$$

Du kan benytte skabelonen $f := a \rightarrow y$ fra Expression-paletten når du skal definere funktioner, men da du skkert ofte kommer ud for at skulle definere en funktion, kan du lige så godt lære genvejen med det samme: Pilen laves ved at taste **->** (altså en bindestreg efterfulgt af et 'større end' tegn).

Definer en funktion ved:

$$f := x \rightarrow x^2-2x+5$$

$$x \rightarrow x^2-2x+5 \quad \textbf{(14)}$$

Herefter er funktionen klar til brug. Du kan fx udregne nogle funtionsværdier:

$$f(2)=5$$

$$f\left(\sqrt{5}+3\right)=\left(\sqrt{5}+3\right)^2-2\sqrt{5}-1$$

$$f(a+b)=(a+b)^2-2a-2b+5$$

Der er et væld af funktioner indbgget i Maple. Du kan få en oversigt i hjælpesiderne, som du får adgang til via menuen **Help** > **Maple Help**. Prøv her at søge efter *function*, og find oversigten *function,index* i søgeresultaterne.

Hvis du ved, hvad du skal have fat i fra hjælpesiderne, kan du med ?-kommandoen få den ønskede hjælpeside frem straks:

?*index,function*

Hvis du prøver at definere en funktion ved $f(x) := udtryk\ i\ x$, brokker Maple sig, og beder dig bekræfte, at det er en funktion, du er i færd med at definere.

Ofte udelader man i matematik at skrive gangetegn mellem en variabel og en parentes, fx skriver man $a(b+c)$, selvom man faktisk mener $a \cdot (b+c)$. Den går ikke i Maple!

$a \cdot (c+b)$

$$a\ (c+b) \tag{15}$$

$a(c+b)$

$$a(c+b) \tag{16}$$

Læg mærke til forskellen i output. Maple skriver ikke gangetegnet i **(15)**, men sætter i stedet et lille mellemrum ind. I **(16)** opfattes a som navnet på en funktion, der skal anvendes på summen $a+b$. Gør det derfor til en vane, at skrive alle gangetegn - undtagen dem, der står mellem et tal og en variabel, som fx $2\ x$.

I Maple skal du bruge funktionsparenteser. I matematikbøger skriver man ofte fx ln x i stedet for $\ln(x)$, og tilsvarende sin x i stedet for $\sin(x)$. Det går ikke i Maple!

Arbejdsområde 7

En parabel går gennem punkterne $(1, 2)$, $(2, 1)$ og $(3, 3)$. Find forskriften.
Vejledning: Start med i Maple at definere det generelle andengradspolynomium ved $p(x) = ax^2 + bx + c$, og opskriv vha. forskriften de 3 ligninger med 3 ubekendte, de givne punkter giver anledning til. Løs dette ligningssystem.

Graftegning

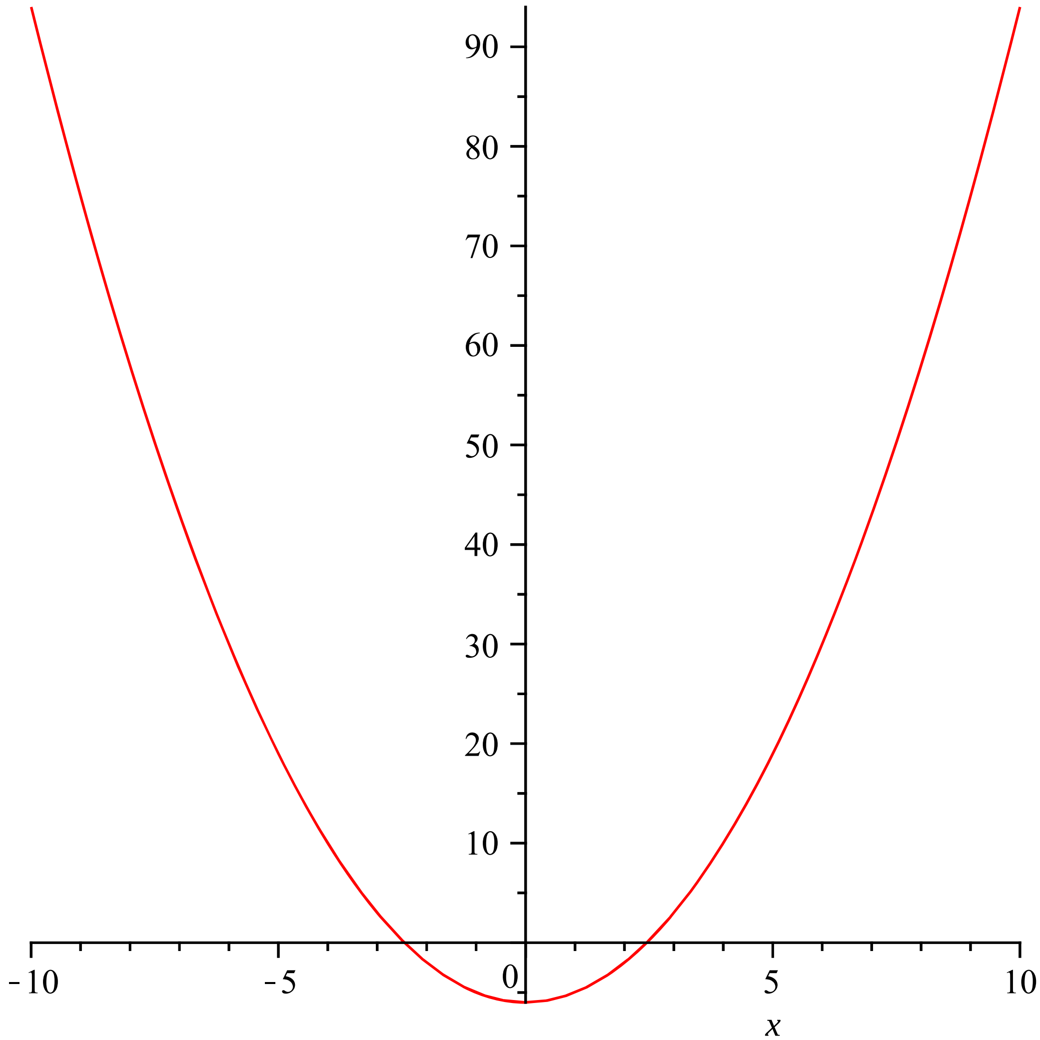
Det er meget simpelt at tegne funktionsgrafer i Maple. En enkelt kommando - *plot* - klarer det meste. Definer en funktion ved

$f := x \rightarrow x^2 - 6$

$$x \rightarrow x^2 - 6 \tag{17}$$

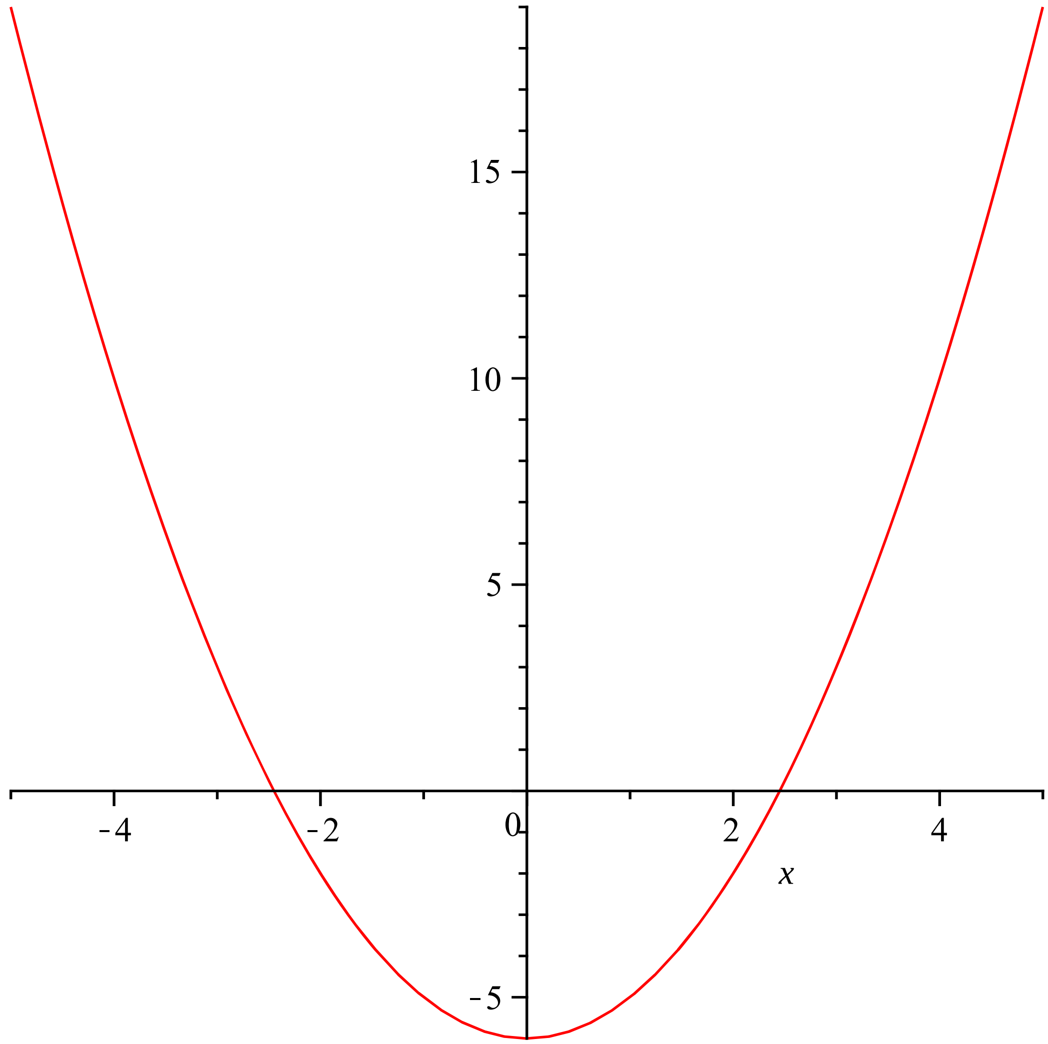
Grafen kan tegnes i et standardvinduet, hvor x-intervallet er $[-10, 10]$, og y-intervallet er tilpasset x-intervallet (Autoskaleret).

$plot(\ f(x)\ )$



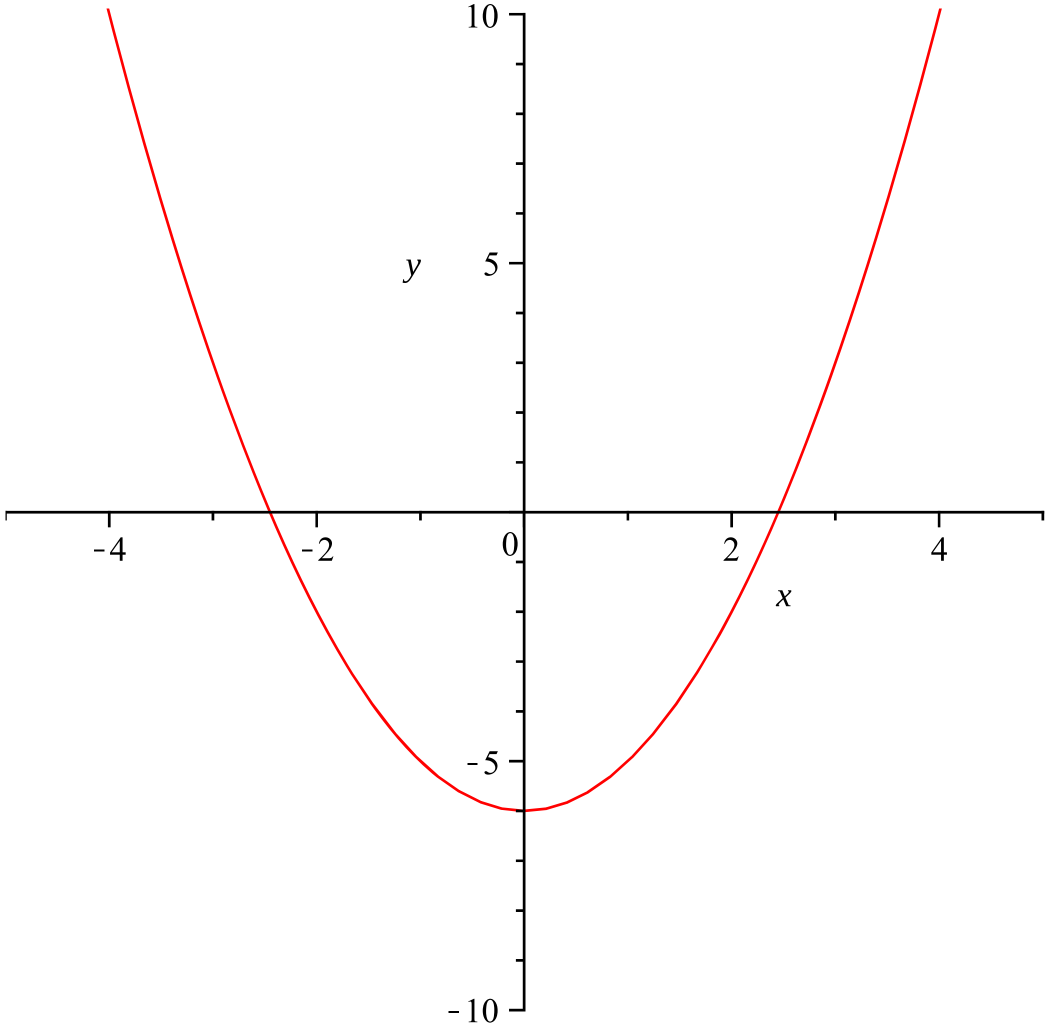
Hvis du vil ændre x-intervallet, angiver du dette som en parameter til plotkommandoen. Fx skal x-intervallet $[-5, 5]$ angives som $x=-5\,..5$, hvor de to prikker laves med to tryk på punktum-tasten.

$plot(\,f(x), x=-5\,..5)$



Tilsvarende kan du kontrollere *y*-intervallet

$plot(f(x), x = -5..5, y = -10..10)$

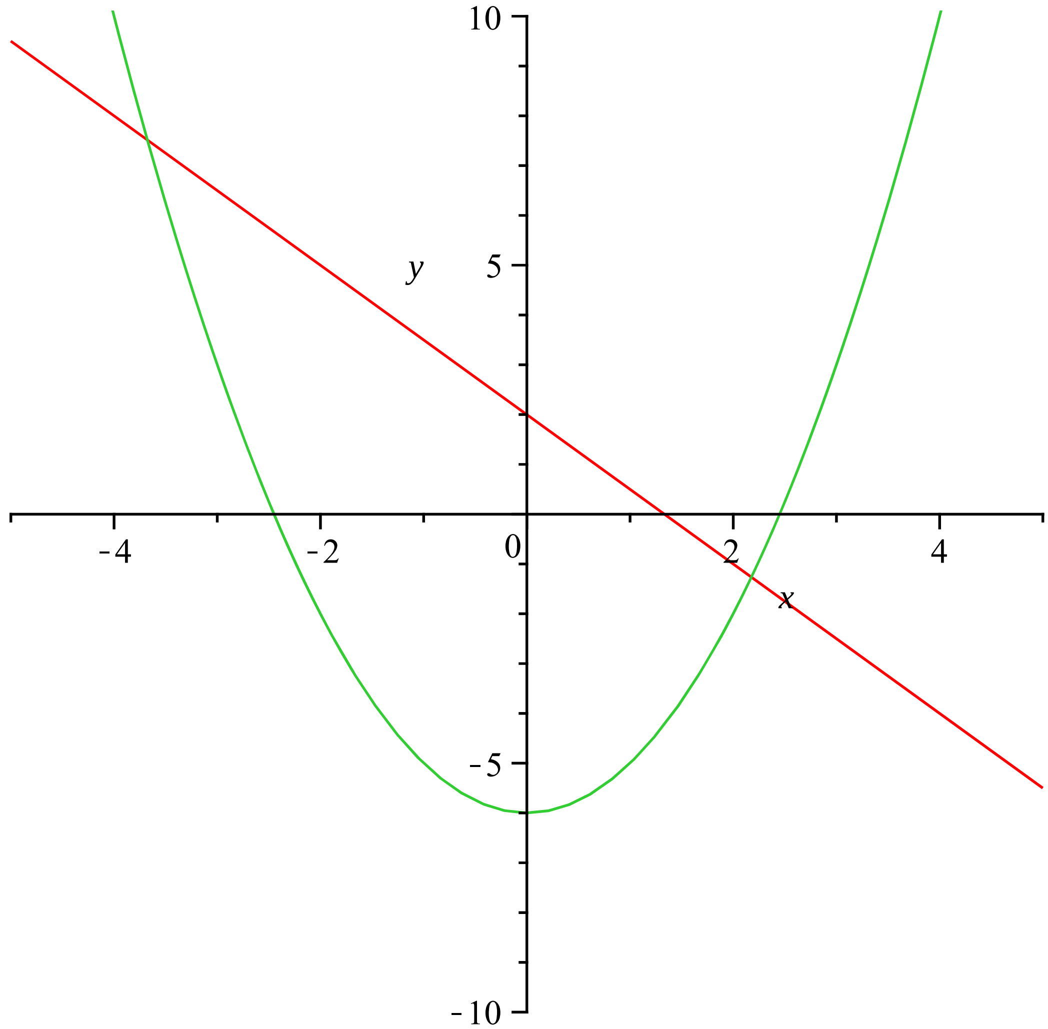


Hvis du vil tegne en graf mere i samme koordinatsystem, så skal pakke de to funktioner sammen med [] eller {}. Benyt {}, hvis den rækkefølge, hvori graferne tegnes, er ligegyldig:

$g := x \rightarrow -\frac{3}{2}x + 2$

$$x \rightarrow -\frac{3}{2}\,x + 2 \qquad \textbf{(18)}$$

$plot(\{f(x), g(x)\}, x = -5..5, y = -10..10)$



Arbejdsområde 8

Klik i graffeltet ovenfor. I det aktive grafområde bliver markøren til et sigtekorn. Før sigtekornet hen til et af skæringspunkterne, og du kan aflæse nogle tilnærmede værdier øverst i Maplevinduet:

I dette vindue kan du lave en række ændringer i koordinatsystemet. Afprøv nogle af disse muligheder.

Hvis du med sigtekornet klikker på en af graferne, markeres denne. Ved et højre-klik kan du så åbne for kontekst-menuen, hvor du finder en række indstillinger for den enkelte graf. Skift fx farve og tykkelse.

Klik på **Drawing**-knappen, så skifter menuen til denne

Her kan du fx tilføje tekst til dine grafer. Prøv.

Alle ændringer, du har lavet ovenfor, er midlertidige. Hvis du gentegner plottet (gå til plot-kommandoen ovenfor, og tast Enter), så forvinder alle dine ændringer. Skal ændringerne være permanente, så skal de tilføjes selve plot-kommandoen. Hvis farverne skal være rød og blå, ændres plot-kommandoen til (fjern : i slutningen af linjen og taste Enter, hvis du vil se plottet)

$plot(\{f(x), g(x)\}, x=-5..5, y=-10..10, color=[blue, green])$

Er farverækkefølgen den forventede? Ellers lav de fornødne ændringer.
Vil du lave stiplede linjer mm. er kommandoen denne:

$plot(\{f(x), g(x)\}, x=-5..5, y=-10..10, color=[blue, green], linestyle=[dash, solid])$

Alle detaljer finder du her

?*plot,options*

I Document mode findes en helt anden metode, hvor funktionsudtrykkene blot trækkes (kopieres) over i et koordinatsystem.
Lad der være givet to funktioner ved:

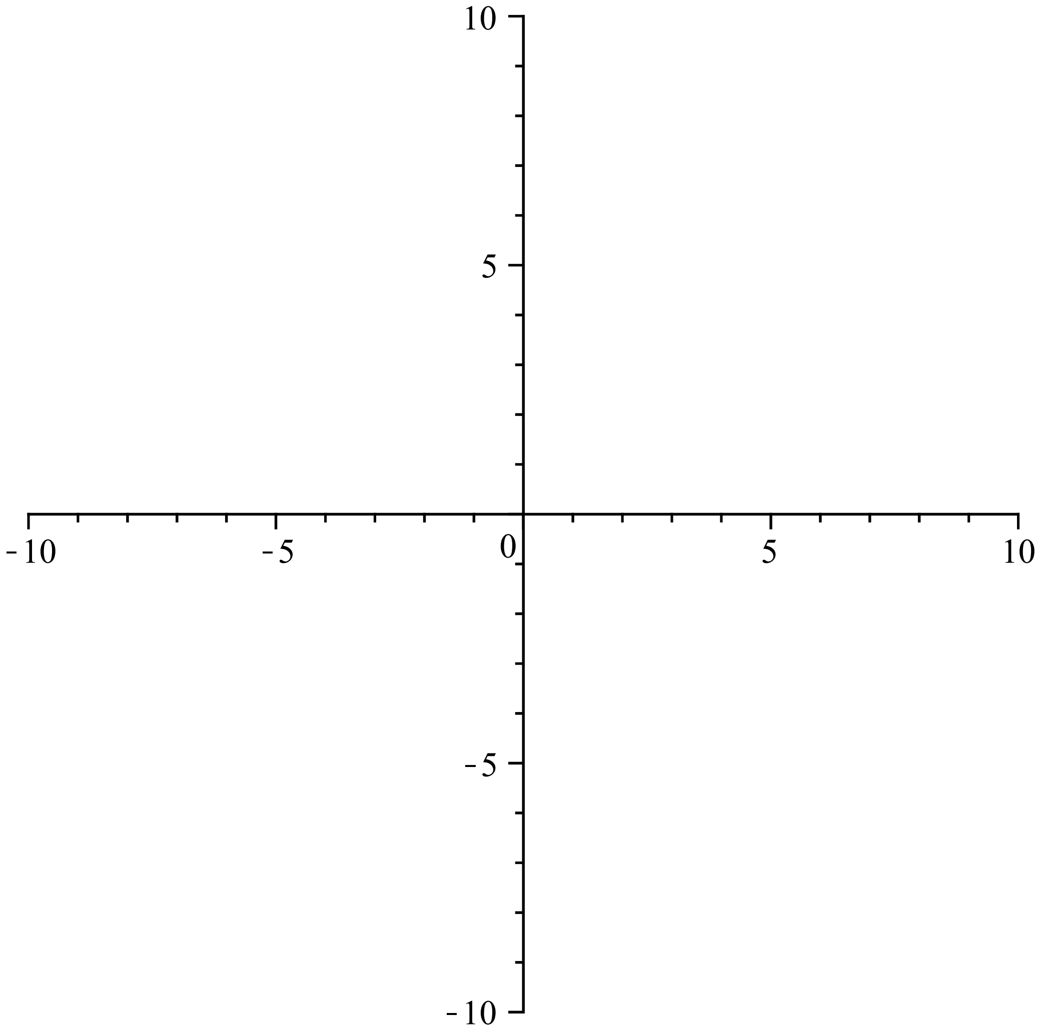
$f := x \to x^2 - 6$

$$x \to x^2 - 6$$

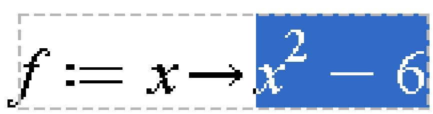
$g := x \to -\frac{3}{2}x + 2$

$$x \to -\frac{3}{2}x + 2 \qquad \textbf{(20)}$$

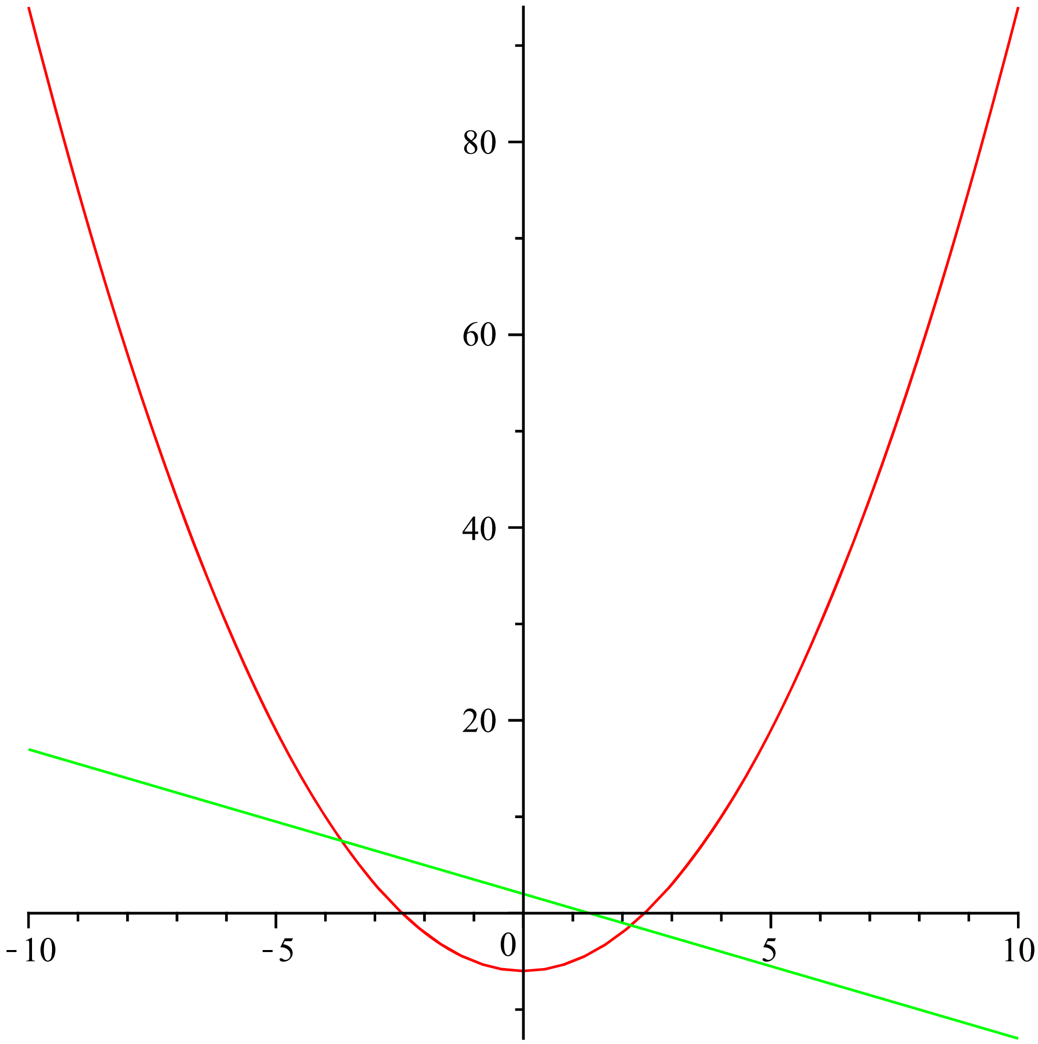
Indsæt et koordinatsystem via **Insert** > **Plot** > **2D**:



Marker funktionsudtrykket i *f* - det skal se sådan ud



Hold Ctrl-tasten nede og træk det markerede udtryk til koordinatsystemet, og slip det. Da vil grafen for *f* tegnes. Gør tilsvarende med funktionsudtrykket i *g*. Resultatet bliver



(21)

Du kan formatere grafen ved at højre-klikke i den, og vælge menupunktet Axes > Properties, hvis du vil bruge et andet interval end $[-10, 10]$. Prøv at ændre intervallet til $[-5, 5]$. Eksperimenter med de andre muligheder.

Eksempel - Overlevelse

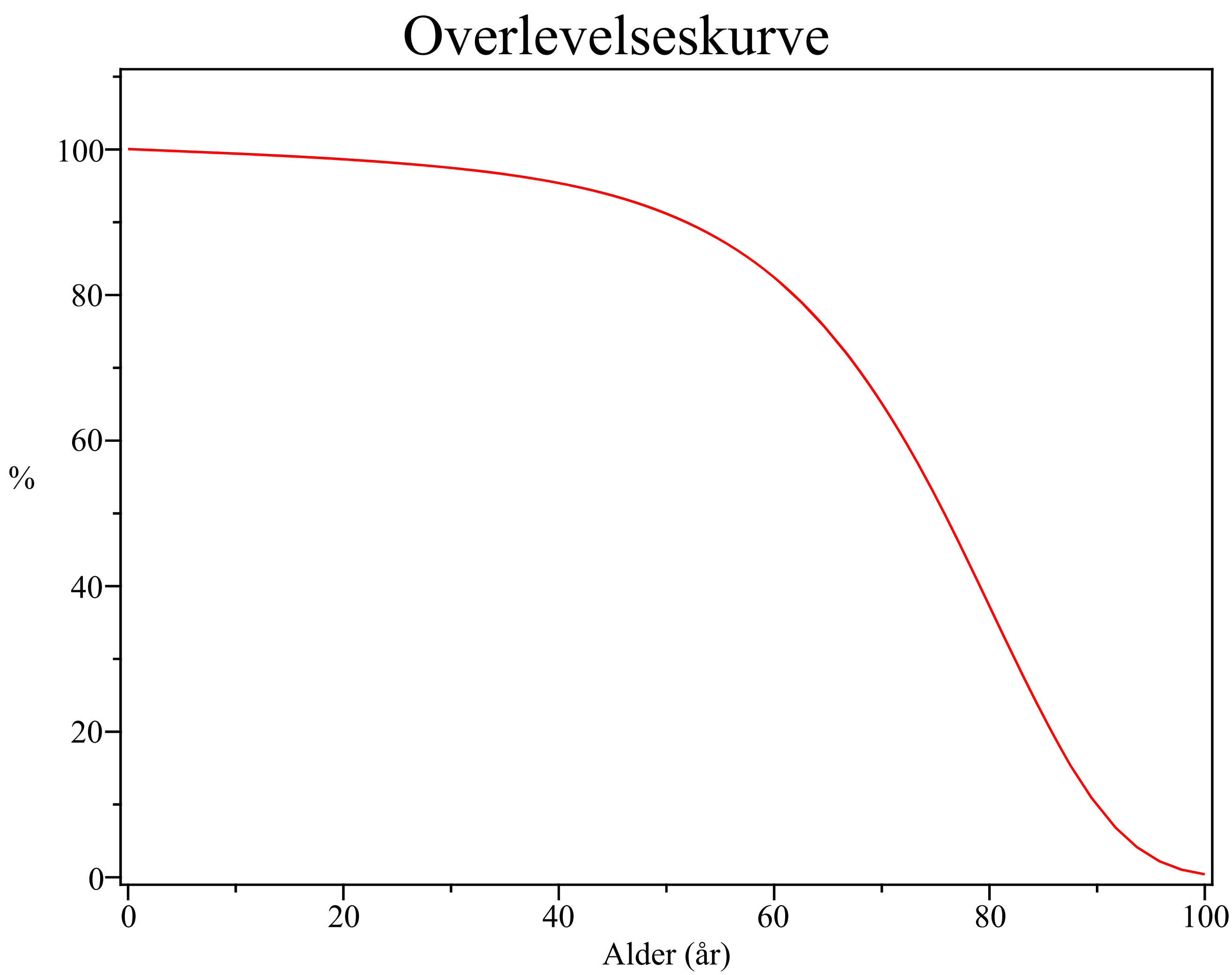
Nedenstående funktion er et eksempel på en såkaldt overlevelseskurve

restart

$L := x \rightarrow 100 \cdot e^{0.0005(1-x) - 0.000867\left(1.0914^{x} - 1.0914\right)}$

$$x \rightarrow 100\, e^{0.0005\,(1-x) + (-1)\cdot 0.000867\,\left(1.0914^{x} - 1.0914\right)} \tag{22}$$

Fx er $L(65) = 75{,}10$. Dette skal tolkes således, at ved en alder på 65 år er 75% i live, altså 25% er døde. Grafen ser således ud:



Grafen er fremstillet ved at trække funktionsudtrykket til et indsat koordinatsystem. Indstilling af akser, akselabels, titel mv. laves alt sammen i **Plot** >, der kan vælges som menupunkt når grafen højre-klikkes.

Arbejdsområde 9

1. Hvor stor en procentdel er i live efter 80 år?

2. Hvornår er halvdelen faldet fra?

3. I hvilket år er dødeligheden størst?
   Vejledning: Se på funktionen $d(x) = L(x+1) - L(x)$, og indtegn denne i et nyt koordinatsystem.

Vi vil nu prøve at undersøge betydningen af konstanten 0.005 i forskriften for L. Derfor parametriserer vi

L med hensyn til denne konstant, og kalder den nye funktion $L1$. Denne er så en funktion af to variabler:

$$L1 := (x, A) \rightarrow 100 \cdot e^{A \cdot (1-x) - 0.000867(1.0914^x - 1.0914)}$$

$$(x, A) \rightarrow 100\, e^{A\,(1-x) + (-1) \cdot 0.000867\,(1.0914^x - 1.0914)} \tag{23}$$

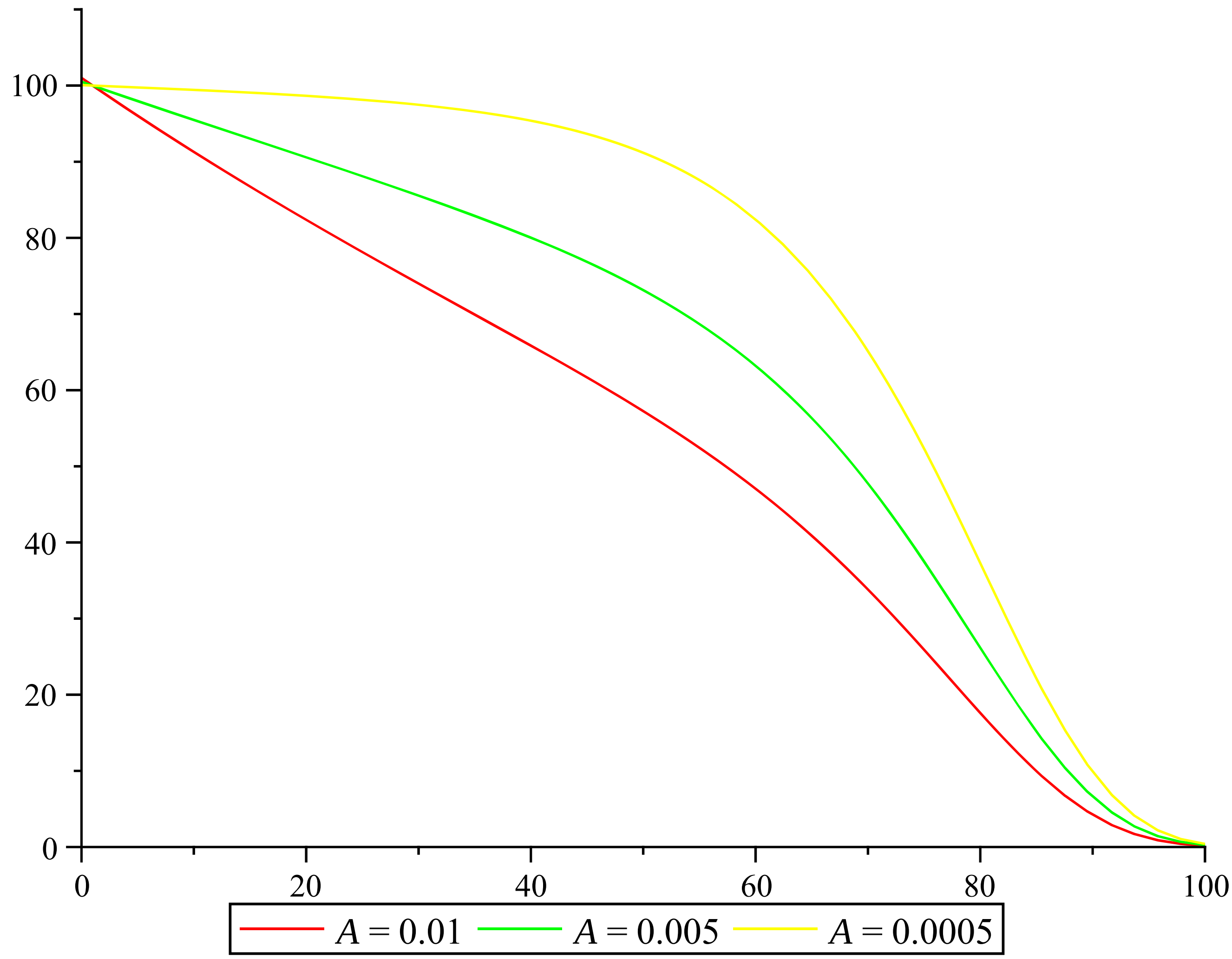
$L1(x, 0.0005)$ er således identisk med funktionen $L(x)$. Vi tegner $L1$ for forskellige værdier af A:

$L1(x, 0.01) = 100\, e^{0.0109462438 - 0.01\,x - 0.000867\,1.0914^x}$

$L1(x, 0.005) = 100\, e^{0.0059462438 - 0.005\,x - 0.000867\,1.0914^x}$

$L1(x, 0.0005) = 100\, e^{0.0014462438 - 0.0005\,x - 0.000867\,1.0914^x}$

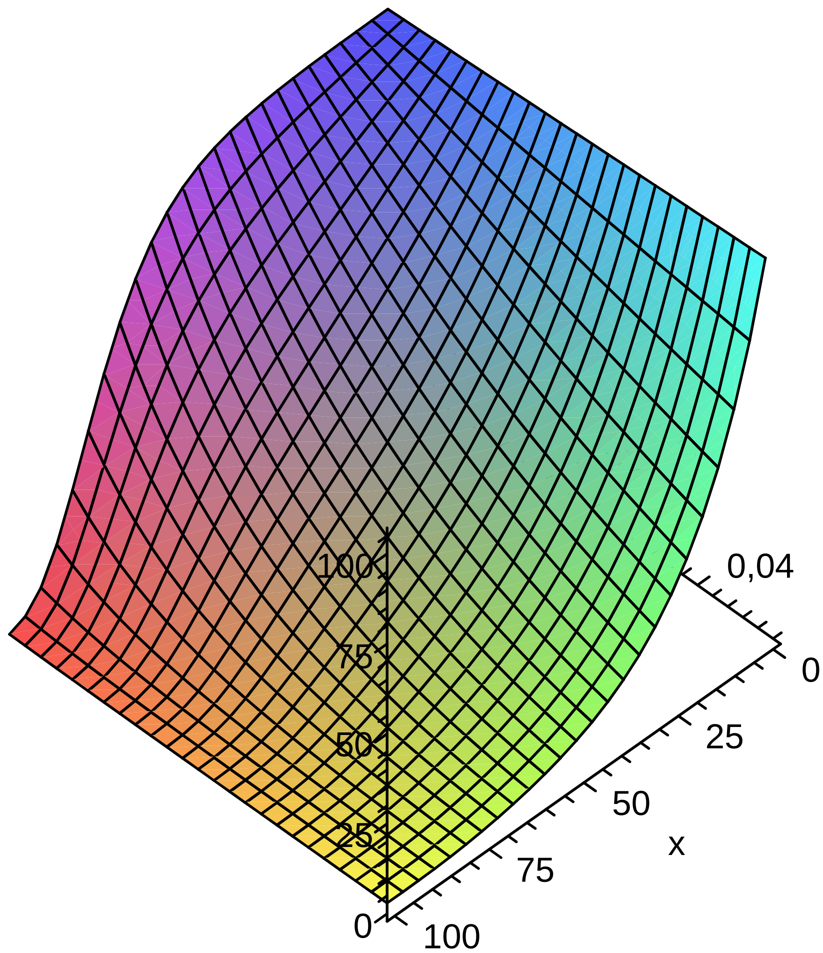
Indsæt et koordinatsystem, og træk de tre funktionsudtryk til koordinatsystemet



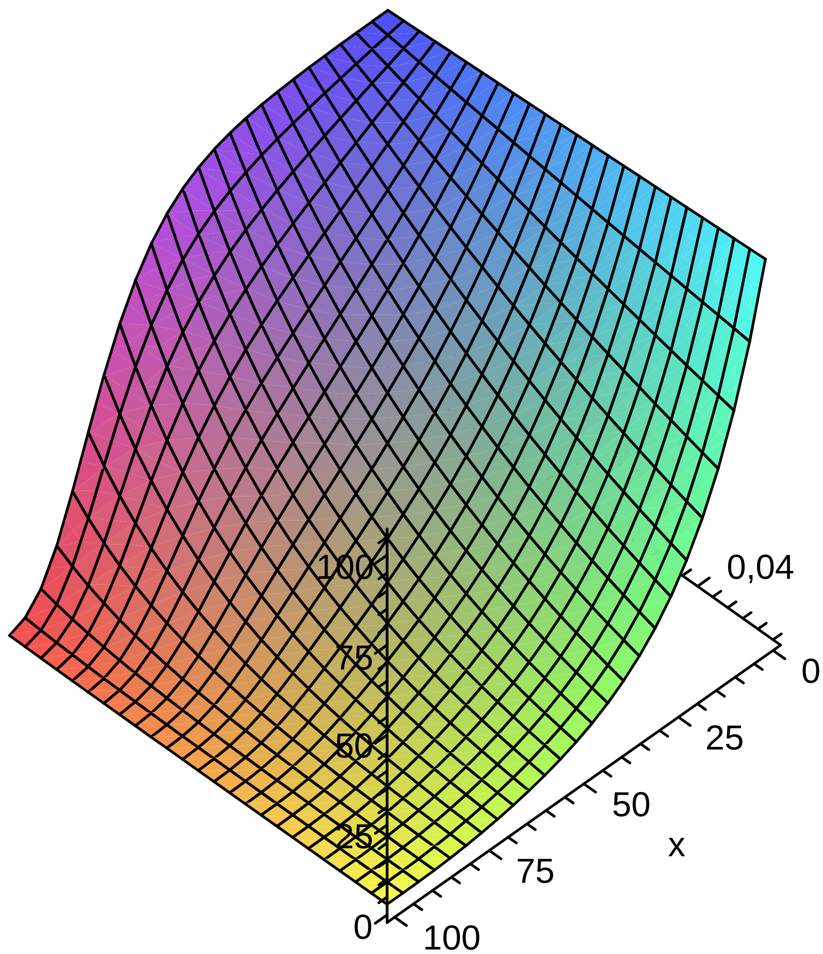
Grafen for $L1$ bliver en 3D-flade, og de tre kurver, vi har tegnet ovenfor, kan opfattes som snit i denne flade. Lokalisér disse snit i fladen nedenfor.
Du kan tegne 3D plots ligesom 2D plots ved at trække funktionsudtrykket over i koordinatsystemet, men

her er kommandoversionen den best bekvemme:

$plot3d(L1(x, A), x = 0 ..100, A = 0 ..0.05, axes = Framed)$



Du kan rotere fladen ved at trække i den



Differentialregning

Maple kan naturligvis også differentiere symbolsk. Til udregning af differentialkvotienter benyttes skabelonen $\frac{d}{dx} f$ fra Expression-paletten. Benyt tabulatoren til at hoppe fra pladsholder til pladsholder ved udfyldningen:

$$\frac{d}{dx} x^2 = 2x$$

$$\frac{d}{dx} \left(2x^3 + e^{-2x}\right) = 6x^2 - 2e^{-2x}$$

Ofte har du allerede defineret en funktion som fx

$$f := x \rightarrow e^x - 2x - 2 = x \rightarrow e^x - 2x - 2$$

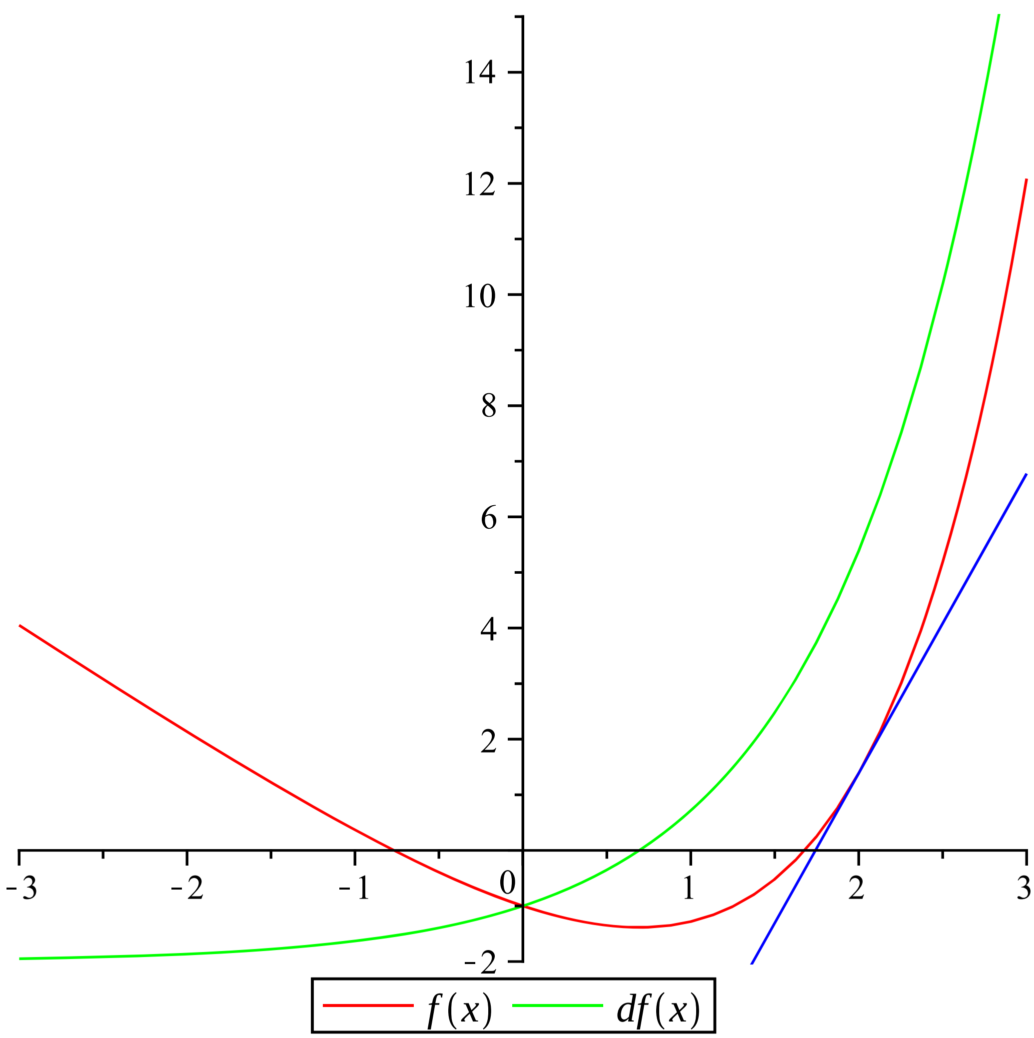
og skal bruge den afledede funktion. Denne har du direkte adgang til via f':

$$f'(x) = e^x - 2$$

Herefter kan du bruge den afledede funktion f' som enhver anden funktion - herunder fx bestemme bestemme nulpunkter

$$f'(x) = 0 \xrightarrow{\text{isolate for x}} x = \ln(2)$$

Meget illustrativt kan det også være at tegne grafen for f' sammen med grafen for f. Læg mærke til, at der, hvor f' er negativ, er f aftagende, og der, hvor f' er positiv, er grafen for f voksende. Desuden har f vandret tangent i de punkter, hvor f' er lig med 0.



Du kan nemt finde en tangent til grafen for f i punktet med 1. koordinaten $x = 2$ vha tangentligningen:

$$t := x \rightarrow f'(2) \cdot (x - 2) + f(2)$$

$$x \rightarrow \left(\left. \frac{d}{dx} f(x) \right|_{x=2} \right) (x-2) + f(2) \tag{24}$$

$$t(x) = \left(e^2 - 2\right)(x-2) + e^2 - 6$$

Udtrykket for tangenten kopieres til koordinatsystemet ovenfor.

Arbejdsområde 10

Find vha. differentialregning maksimum og minimum for funktionen

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$$

og tegn grafen for *f* og for den afledede funktion i samme koordinatsystem.

Gå dernæst til Tools > Tutors > Calculus - Single Variable > Curve Analysis, og skift standardfunktionen ud med funktionen ovenfor. Udforsk dette værktøj.